BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ
№2 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2009

О ФИЛЬТРАЦИИ ДВУХ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В НЕФТЕНОСНОМ ПЛАСТЕ С УЧЕТОМ ВРЕМЕНИ ЗАМЕЩЕНИЯ

М.А.НАМАЗОВ
НИИ Прикладная Математика при БГУ
malik_namazov@lan.ab.az

На определенном этапе разработки нефтяного пласта пластовое давление падает и добыча нефти уменьшается. Для увеличения добычи нефти применяется искусственное вытеснение нефти из пласта при помощи закачки воды в пласт. Естественное вытеснение проявляется в водонапорном режиме. Этот процесс называется заводнением нефтяного пласта. При этом образуется фронт заводнения. В работе численно исследуется движение водонефтяного пласта, изменение коэффициента насыщенности и распределение давления в пласте.

Введение. Фронт заводнения – это водонефтяной контакт со скоростью W. Вытеснение означает, что с обеих сторон от этого фронта с подвижными границами скорости флюидов V^- и V^+ одинаковые и совпадают со скоростью

$$V_i^{\pm} = \frac{W_i^+}{X} = V_i = \frac{W_i^-}{X} = \frac{dX_C(t)}{dt}, i = 1,2,$$

здесь X_i - координата фронта.

В основу соответствующей гидродинамической теории положим обобщенный закон Дарси, в соответствии с которым в каждой макроточке пласта одновременно могут присутствовать две жидкости, но двигаются они с различными скоростями фильтрации

$$W_C^{(\alpha)} = -\frac{k}{\mu^{(\alpha)}} f^{(\alpha)}\left(\rho^{(\alpha)}\right)\frac{\partial P^{(\alpha)}}{\partial X_i},$$

здесь введений насыщенности $\rho^{(\alpha)}$ насыщенность водой пласта каждой фазы

$$\rho_B + \rho_H = 1$$

$P^{(\alpha)}$ и $\mu^{(\alpha)}$, соответственно, фазовые давление и вязкость. Фазовые давления различны из-за капиллярных сил. В рамках приближений Онзагера они связаны соотношением

$$P^{(2)} - P^{(1)} = P_k(\rho) + \tau_C \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

где $P_k(\theta)$ - капиллярное давление, а в двухфазной системе $P^{(1)} = P$ $\rho^{(1)} = \rho(X,t)$, $\rho^{(2)} = 1 - \rho(X,t)$, $\rho^{(1)} + \rho^{(2)} = 1$..

Как известно, проблема теории фильтрации в классической постановке имеется в [1-5] и при ее традиционном рассмотрении уравнение неразрывности обоих фаз записывается так:

$$\chi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V_1}{\partial X} = 0 \quad , \tag{1}$$

$$\chi \frac{\partial (1-\rho)}{\partial t} + \frac{\partial V_2}{\partial X} = 0 \, , \tag{2}$$

где χ - пористость среды, предполагаемая постоянной, ρ-насыщенность водяного пласта, V_1, V_2-векторы скорости фильтрации, соответственно, первой и второй фаз.

В двухфазной системе (1) и (2) дополняются обобщенным законом Дарси, связывающий скорости фильтрации с градиентом давления

$$V_i = -\frac{k}{\mu_i} f_i(\rho) \cdot gradP_i \, , \qquad i = 1{,}2, \qquad P_2 - P_1 = P_C(\rho), \tag{3}$$

где k – проницаемость пористой среды, μ_i-коэффициенты вязкости фаз (жидкости), величины k, μ_1, μ_2–принимаются постоянными, P_i-давления в фазах, $f_{i(\rho)}$, относительные фазовые проницаемости, которые определяются из эксперимента,P_C, капиллярное давление, которые считается заданным линейными функциями насыщенности ρ_C .

В представленной работе используется другой подход к исследованию нестационарной фильтрации несмешивающихся жидкостей, при котором предположение об универсальной зависимости относительных проницаемостей от мгновенной насыщенности не требуется.

При изменении насыщенности смачивающей вытесняющей фазы происходит перераспределение системы каналов между фазами и перестройка застойных зон. Таким образом, возникает зона замещения.

Вытесняющая жидкость, попавшая в эту зону, оказывается под действием капиллярных затворов-менисков на межфазных границах, и исключается из общего фильтрационного потока. Это означает, что капиллярные затворы снимают в зоне замещения действие гидродинамического перепада давления, т.е. капиллярные силы значительно превышают гидродинамический перепад давления. Этот процесс релаксации системы двухфазной жидкости происходит не мгновенно, а за конечное время τ. Аналогичная ситуация имеет место и в областях замещения застойных зон. Это приводит к тому, что фазовая проницаемость вытесняющей жидкости оказывается не мгновенной насыщенностью в данной точке X и момент времени t, а насыщенностью в момент $t - \tau$:

$$V_1 = V(X, t - \tau) \approx V(X,t) - \tau \frac{\partial \rho(X,t)}{\partial t}, \tag{4}$$

где τ - время замещения: вытесняющая жидкость, находящаяся в зоне замещения, еще не образовала каналов и участвует в общем фильтрационном потоке. Таким образом, роль зоны замещения состоит в том, что она создает временное дополнительное фильтрационное сопротивление.

Аналогичное происходит с относительной фазовой проницаемостью для вытесняемой жидкости-второй фазой - вытесняемая жидкость капиллярными силами исключается из общего фильтрационного потока. В результате относительная фазовая проницаемость второй фазы в данный момент соответствует не мгновенной насыщенности в этот момент, а той насыщенности, соответствующей моменту времени $t+\tau$:

$$V_2 = V(X, t+\tau) \approx V(X, t) + \tau \frac{\partial \rho(X, t)}{\partial t} \tag{5}$$

Аналогично, с учетом времени замещения для относительной фазовой проницаемости пласта и капиллярного давления, имеем:

$$\left.\begin{aligned} f_1(\rho) &= f_1\left(\rho - \tau \frac{\partial \rho}{\partial t}\right); \\ f_2(\rho) &= f_2\left(\rho + \tau \frac{\partial \rho}{\partial t}\right); \\ P_k(\rho) &= P_k\left(\rho - \tau \frac{\partial \rho}{\partial t}\right) \end{aligned}\right\}, \tag{6}$$

где $f_1(\rho), f_2(\rho), P_k(\rho)$-функции, соответственно, определяющие равновесные (в условиях стационарного течения) относительные фазовые проницаемости и капиллярные давления.

Время замещения τ можно определить следующим соотношением:

$$\tau = \tau_0 \cdot f(\rho), \tag{7}$$

где τ_0 – некоторая постоянная, характеризующая систему двухфазных систем жидкости пористой среды, $f(\rho)$ - безразмерная функция насыщенности. Функция $f(\rho)$ и время τ_0 должны определяться из специальных экспериментов. Первые соотношения (6) можно представить в виде

$$f_1(\rho) = f_1(\rho_1), \qquad f_2(\rho) = f_2(\rho_2), \tag{8}$$

а выражения (4) и (5) для ρ_1, ρ_2 в виде

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \rho} = \frac{\rho_1 - \rho}{\tau}, \qquad \frac{\partial \rho_2}{\partial \rho} = \frac{\rho_2 - \rho}{\tau}. \tag{9}$$

Таким образом, для определения τ можно предложить обычные лабораторные установки, позволяющие фиксировать изменение фильтрационных сопротивлений при внезапном изменении насыщенности подаваемой смеси жидкостей.

Основные уравнения. Приведенные выше соображения позволяют выписать замкнутую систему основных уравнений рассматриваемого процесса:

уравнения неразрывности фаз:

$$\chi \frac{\partial \rho}{\partial t} + divV_1 = 0, \tag{10}$$

$$\chi \frac{\partial (1-\rho)}{\partial t} + divV_2 = 0; \tag{11}$$

обобщенный закон Дарси

$$V_1 = -\frac{k}{\mu_1} f_1 \left(\rho - \tau \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \cdot gradP_1, \tag{12}$$

$$V_2 = -\frac{k}{\mu_2} f_2 \left(\rho + \tau \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \cdot gradP_2. \tag{13}$$

Соотношение между давлениями фаз имеет вид:

$$P_2 - P_1 = P_k \left(\rho - \tau \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \tag{14}$$

Определяющее уравнение для времени замещения таково:

$$\tau = \tau_0 f(\rho), \tag{15}$$

где f_1, $f_{2,}$ P_k, f – известные функции.

В общем случае система (10)-(15) весьма сложна и ее решение представляют значительные математические трудности. Но она допускает некоторые асимптотические оценки - расщепление на более простые системы и полное исследование.

Согласно Леверетту [3], равновесное капиллярное давление равно

$$P_k(\rho) = T \cos\theta \left(\frac{\chi}{k} \right) J(\rho), \tag{16}$$

где T – поверхностное натяжение, θ- угол смачивания, $J(\rho)$- безразмерная функция насыщенности Леверетта. Кроме параметров входящих в уравнение (10)-(15),задаются граничные условия, характерный размер области L, характерный перепад давления ΔP (или характерный расход жидкости). Можно определить и безразмерное время размещения и безразмерное время θ_i соотношениями:

$$\theta_i = \frac{t}{\tau_k}; \quad \tau_i = \frac{\mu_i \cdot L}{k \cdot \Delta P}, \; i = 1,2. \tag{17}$$

В качестве характерной скорости и давления можно взять

$$V_0 = \frac{k\Delta P}{\mu_1 L}; \rho = \frac{P_0}{\Delta P}; \xi = \frac{x}{L}, \tag{18}$$

т.е. перейти к безразмерным величинам. После учета соотношения (17) и (18) в (10)-(15) они приводятся к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + divV_1 = 0, \tag{19}$$

$$-\frac{\partial\rho}{\partial t}+divV_2=0, \tag{20}$$

$$V_1=-f_1\left(\rho-\varepsilon_1 f(\rho)\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)gradP, \tag{21}$$

$$V_2=-\frac{\mu_1}{\mu_2}f_2\left(\rho+\varepsilon_2 f(\rho)\frac{\partial\rho}{\partial t}\right), \tag{22}$$

$$P_2-P_1=\varepsilon_2\cdot J\left(\rho-\varepsilon_1 f(\rho)\frac{\partial\rho}{\partial t}\right). \tag{23}$$

Здесь через ε_1 и ε_2 обозначены τ:

$$\varepsilon_1=\frac{\tau_0}{\tau_1},\ \varepsilon_2=\frac{T\cos\theta}{\Delta L^2}\cdot\left(\frac{\chi}{k}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{24}$$

Коэффициенты подвижности жидкости $f(\rho)$ в двухфазной смеси можно представить в более общем виде, как многочлен третьей степени по водонасыщенности ρ:

$$f(\rho)=\sum_{i_1}^{3}\left[\frac{a_{i_1}}{\mu_1}\rho^{i_1}+\frac{b_{i_1}}{\mu_2}(1-\rho)^1\right]=\frac{ab}{\mu_1}\left[a_0+a_1\rho+a_2\rho^2+a_3\rho^3\right]+$$

$$+\frac{b}{\mu_2}\left[b_0+b(1-\rho)+b_2(1-\rho)^2+b_3(1-\rho)^3\right]. \tag{25}$$

Пусть экспериментально установлено, что для насыщенностей $\rho_0,\rho_1,....,\rho_z$ известны значения коэффициентов подвижности $f_i(\rho_i),\ i=0,1,2,...,8$ Теперь можно определить коэффициенты $a_i,b_i(i=0,1,2,3)$ из следующих алгебраических уравнений с неизвестными $a_0,a_1,a_2,a_3b_0,b_1,b_2,b_3$:

$$\sum_{i_1}^{3}\left[\frac{a_{i_1}}{\mu_1}\rho^{i_1}+\frac{(1-\rho)^{i_1}}{\mu_2}b_{i_1}\right]=f(\rho_i), \qquad i=0,1,2,3, \tag{26}$$

Значения этих коэффициентов более точно характеризуют рассматриваемую пористую среду. Найдя коэффициенты $a_{i_1},b_{i_1}(i=1,2,3)$ из системы (26) и подставляя в (25), получаем выражение для $f(\rho)$, точно характеризующее данную пористую среду и жидкость одновременно.

Если фазовые проницаемости являются однозначными функциями насыщенностей, то можно построить теорию, удовлетворительно согласующуюся с большинством опытных данных и позволяющую производить технические расчеты движения многофазных жидкостей. Кривые относительных фазовых проницаемостей превращаются в диагонали прямоугольника, так как в этом случае относительные фазовые проницаемости должны равняться насыщенностям

$$f_b(\rho)=\rho, \qquad f_H(\rho)=1-\rho,$$

т.е. характеризуются линейными зависимостями.

Выведим уравнение, описывающее движение водо-нефтяных границ $F_b(X,t)$; $F_H(X,t)$. Пусть заданы водонефтяные контакты границ $F_b(X,t)=0, F_H(X,t)=0$, с начальным условием $F_b(X,0)=F_b^0(X)$, $F_H{}^0(X)$, $X \in D$ - область фильтрации. Поступая как в [1], получим уравнения для подвижных водонефтяных границ $F_b(X,t)$; $\& F_H(X,t)$:

$$\chi_1 \frac{\partial F_b}{\partial t} - \frac{k}{\mu} grad(P) grad(F_b) = 0, \tag{27}$$

$$\chi_2 \frac{\partial F_H}{\partial t} - \frac{k}{\mu} grad(P) grad(F_H), \tag{28}$$

χ_1, χ_2 - пористости на подвижных границах.
Задавая начальные условия в виде

$$F_b(X,0) = F_b^0(X), \ x \subset D, \tag{29}$$

$$F_H(X,0) = F_H^0(X), \ x \subset D, \tag{30}$$

получим задачу Коши.
Область фильтрации состоит из трех водной (D_1), смеси воды и нефти (D_2) и нефтяной (D_3), $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \times D_t$,

$D_1 = \{X, t : 0 \le X(t) \le X_1(t)\}$, $D_2 = \{X, t : X_1(t) \le X(t) \le X_2(t)\}$

$D_3 = \{(X,t) : X_2(t) \le X(t) \le 1\}$, $\quad D_t = \{0,1\}$

Пусть $W_h^\tau = W_{1\tau} \cup W_{2\tau} \cup W_{3\tau} \times W_\tau$, соответствующие областями D, D_1, D_2, D_t.
В общем виде уравнение фильтрации двухфазной жидкости состоит из четырех уравнений: уравнение движения, уравнение неразрывности и два уравнения для подвижных водонефтяных границ. Его матричная запись имеет вид:

$$\begin{aligned} &a[U(X,t)]_t = b(X,t)[U(X,t)]_x + e_\varepsilon [U(X,t)]_{xx} \\ &U(X,t)\big|_\Gamma = \varphi_\Gamma. \end{aligned} \tag{31}$$

В (31) обозначены:
a - постоянная матрицы типа 4x4, $b(X,t), e_\varepsilon(X,t)$- матрицы типа 4x4, ε-параметр возмущения, $U[P(X,t), \rho(X,t), F_b(X,t), F_x(X,t)]$ - вектор решения, элементы которого характеризуют $P(X,t), \rho(X,t)$– давление и насыщенность водонефтяного пласта, $F_b(X,t), F_H(X,t)$-водонефтяные границы раздела, $[U(X,t)]_x, [U(X,t)]_{xx}$ -первая и вторая производные решения.

Дискретизируя уравнение (31) в сеточной области W_h^τ; получаем:

$$\frac{U(X,t+\Delta t) - U(X,t)}{\Delta t} - b(X,t)\frac{U(X+\Delta X,t)}{\Delta X} = c_\varepsilon \frac{U(X+\Delta X,t) - 2U(X,t) + U(X-\Delta X,t)}{(\Delta X)^2}, \tag{32}$$

где $\Delta t, \Delta X$ - соответственно, шаги сеточной области W_h^τ по t и X.
Уравнение (32) записано в виде явной разностной схемы и из последнего можно определить $U(X, t+\Delta t)$, $U(X, t+2\Delta t)$во всех временных слоях.

Исследуем погрешность аппроксимации решения уравнения (32). Для этого положим

$$U(X,t) = Z(X.t) + \delta U(X,t), \tag{33}$$

где $U(X,t)$ - приближенное решение уравнение (32), $Z(X,t)$ -точное решение уравнение (31), $\delta U(X,t)$-погрешность аппроксимации в сетке $(X,t) \in W_h^\tau$. Подставляя (33) в (32), получим

$$L\delta U(X,t) = -LU(X,t). \tag{34}$$

Ясно, что разложение по Тейлору дает:

$$U(X,t+\Delta t) = U(X,t) + \Delta t \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{\Delta X}^{\Delta t} + O(\Delta t)^2, \tag{35}$$

$$U(X \pm \Delta X,t) = U(X,t) \pm \Delta t \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{\Delta X}^{\Delta t} + O(\Delta X)^2. \tag{36}$$

После постановки (35) и (36) в (32) имеем

$$L\delta U(X,t) = LZ(X,t) + O(X,\Delta X) \tag{37}$$

или

$$L\delta U(X,t) = O(\Delta X, \Delta t),$$

так как $Z(X,t)$ точное решение уравнение (4) в сетке W_h^τ. Таким образом, уравнение (32) аппроксимирует исходную дифференциальную задачу (31) с точностью до членов выше первого порядка малости по X и t.

Зададим начально-краевые условия для уравнения (31).

Пусть $U[P(X,t), \rho(X,t), F_1(X,t), F_2(X,t)]$ искомый вектор - решения этого уравнения. Для пласта условия имеют вид:

$$P(X,t)\big|_{t=0} = \varphi_0(X), X \in D = [0,1], t \in (0,T], \tag{38}$$

$$P(X,t)\big|_{x=0} = \varphi_1(t), t \in (0,1], \tag{39}$$

$$P(X,t)\big|_{x=1} = \varphi_2(t), t \in (0,1]. \tag{40}$$

Контактные условия на подвижных водонефтяных границах:

$$P(X,t)\big|_{x(t)=x_1(t)-0} = P(X,t)\big|_{x(t)=x_1(t)+0}, \tag{41}$$

$$P(X,t)\big|_{x(t)=x_2(t)-0} = P(X,t)\big|_{x(t)=x_2(t)+0}, \tag{42}$$

$$\left[\frac{f_1(\rho)}{\mu_1} + \frac{f_2(\rho)}{\mu_2}\right]_{x(t)=x_1(t)-0} = \left[\frac{f_1(\rho)}{\mu_1} + \frac{f_2(\rho)}{\mu_2}\right]_{x(t)=x_1(t)+0}, \tag{43}$$

$$\left[\frac{f_1(\rho)}{\mu_1} + \frac{f_2(\rho)}{\mu_2}\right]_{x(t)=x_2(t)-0} = \left[\frac{f_1(\rho)}{\mu_1} + \frac{f_2(\rho)}{\mu_2}\right]_{x(t)=x_2(t)+0}. \tag{44}$$

Для насыщенности водонефтяного пласта $\rho(X,t)$

$$\rho(X,t)\big|_{t=0} = \psi_0(X), X \in D, \tag{45}$$

$$\rho(X,t)\big|_{x=0} = \psi_1(t), t \in (0,T], \tag{46}$$

$$\rho(X,t)\big|_{x=1} = \psi_2(t), t \in (0,T], \tag{47}$$

Для подвижных водонефтяных границ $F_1(X,t)$, $F_2(X,t)$ задаются начальные условия, т.е. задача Коши:

$$F_1(X,t)\big|_{t=0} = F_1^0(X), X \in D, \tag{48}$$

$$F_2(X,t)\big|_{t=0} = F_2^0(X), X \in D, \tag{49}$$

Автор выражает глубокую благодарность проф. Т.К.Рамазанову за ценные советы и указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостопмехиздат, 1963, 396 с.
2. Аббасов Г.М. Численное исследование процесса вытеснения жидкости в двухфазном водонефтеносном пласте // Труды ИММ НАН Украины, т. 14, Донецк: 2007,с. 3-7.
3. Баренблатт Г.И. Фильтрации двух несмащивающихся жидкостей в однородной пористой среде // Жур. Механика жидкости и газа. Издательство АН СССР, 1971, №5, с. 144-151.
4. Численные решения многомерных задач газовой динамики / Под редакцией С.К.Годунова. М.: Наука, 1976, 400с.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977, 656 с.

NEFT LAYLARINDA YERDƏYİŞMƏNİ NƏZƏRƏ ALMAQLA QARIŞMAYAN İKİFAZALI MAYELƏRİN SÜZÜLMƏSİ HAQQINDA

M.A.NAMAZOV

XÜLASƏ

Neft yataqlarının işlənməsinin müəyyən mərhələsindən sonra təzyiqin düşməsi nəticəsində neft çıxarma çətinləşir. Bu zaman neft layına süni şəkildə su vururlar. Neftin su ilə sıxışdırılması başlayır. Bu proses təbii halda subasqılı rejimdə də baş verir. Bu proses layın su basması adlanır. İşdə ədədi üsullarla su-neft kontaktının hərəkəti, su ilə doyma əmsalının dəyişməsi və layda təzyiq paylanmasının tapılmasına baxılır.

ON THE FILTRATION OF TWO NON-MIXED LIQUIDS IN THE PETROLEUM RESERVOIR CONSIDERING TIME DELAY

M.A.NAMAZOV

SUMMARY

In a certain phase of the oil reservoir engineering the reservoir pressure goes down that leads to the decrease in the oil extraction. The artificial oil drive out of the reservoir with the help of water injection is applied to increase oil extraction. The natural drive occurs in the water-pressure regime. This process is called reservoir flooding. It forms flood front. The work investigates the motion of the water-oil reservoir, changing of the unsaturated coefficient and the pressure distribution in the reservoir.